

DETERMINAREA FORTELE DE REACTIUNE DIN ARTICULATIA GLEZNEI ÎN CONDITII DINAMICE

Ciprian RADU*

C. RADU: Doctorand cu frecventa la Universitatea „Transilvania” din Brasov, Facultatea de Inginerie Mecanica, Catedra de Mecanica Fina si Mecatronica, e-mail: ciprian_radu@hotmail.com.

Abstract: This paper presents some theoretical considerations about biomechanics of human ankle joint, determining of reaction forces in dynamic conditions using the anthropometrical data of an adult person with a body weight of 70 kg.

Cuvinte cheie: articulatia gleznei, date antropometrice, forte de reactiune, model biomecanic.

1. Biomecanica articulatiei gleznei

Segmentul terminal al membrului inferior prezinta un numar de 32 de articulatii, care pot fi grupate în: articulatia gleznei, articulatia astragalocalcaneana, articulatia mediotarsiana, articulatiile intertarsiene ale celor cinci oase ale tarsului anterior, articulatiile tarsometatarsiene, articulatiile intermetatarsiene, articulatiile metatarsofalangiene si articulatiile interfalangiene.

Suprafetele articulare sunt reprezentate pe de o parte de pensa tibioperoniera si pe de alta de fata superioara si partile superioare laterale ale astragalului. Fetele articulare ale astragalului realizeaza un mosor, cu un sant central, doua versante si doua margini. Santul mosorului nu este strict anteroposterior, ci oblic înainte si în afara cu 30° fata de planul sagital. Rezulta ca miscarile nu vor fi efectuate strict anteroposterior, ci si oblic, în flexie dorsala, vârful piciorului ajungând si în adductie.

Articulatia gleznei este formata din trei piese osoase si dintr-o serie de ligamente care asigura legatura între ele. În partea superioara, pilonul tibial si maleolele mediala si laterala (fibulara) formeaza o scobitura în care este introdusa a treia piesa osoasa, talusul, marginita superior de o suprafata cilindrica, dând astfel posibilitatea piciorului sa execute miscari într-un singur plan (figura 1).

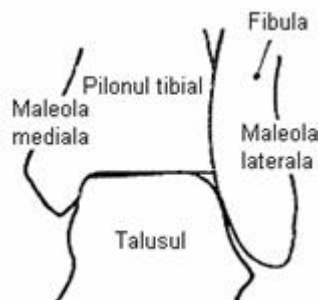


Fig. 1 Componenta articulatiei gleznei.

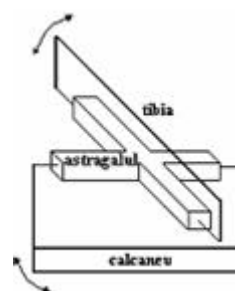


Fig. 2 Cardanul tibioastragalocalcaneean.

Considerate împreuna, articulatia tibiotarsiana si articulatia astragalocalcaneana au fost asemanate de G. Gauhier (1977) cu o suspensie cardanica (figura 2). Axul de rotatie al articulatiei tibiotarsiene fiind plasat perpendicular pe axul de rotatie al articulatiei astragalocalcaneene (axul Henke), indiferent daca tibia sau calcaneul oscileaza pe astragal, aceasta reuseste sa se mentina în plan orizontal.

Modelul biomecanic simplificat al acestei articulatii este reprezentat în figura 2.5. Contactul între cele doua componente articulare se face pe o suprafata cilindrica corespunzând unui unghi la centru de circa 70° – 80° . Din pozitia anatomica, talusul se rotește cu 20° – 30° în cazul flexie dorsale a piciorului si cu 30° – 50° în cazul miscarilor de flexie plantara. În plan frontal, axa empirica a articulatiei gleznei face un unghi de 80° cu axa de simetrie longitudinală a tibiei si trece foarte aproape de vârful maleolelor (figura 3).

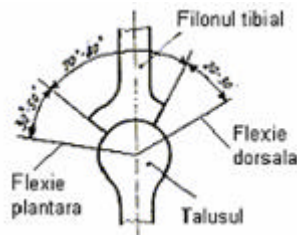


Fig. 3 Modelul simplificat al articulației gleznei.

2. Determinarea forțelor de reacțiune din articulația gleznei în conditii dinamice

Pentru determinarea forțelor de reacțiune si a momentului din articulația gleznei vom folosi de *metoda dinamica inversa* în care marimile cinematice (forțele de reacțiune ale solului si dimensiunile antropometrice) sunt considerate date de intrare pentru rezolvarea sistemului biomecanic (tabelul 1). Aceasta metoda de calcul presupune urmatoarele conditii:

- corpul uman este împartit în lanturi cinematice,
- la rândul lor aceste lanturi se împart pe segmente,
- segmentele sunt considerate corpuri rigide,
- forțele de frecare cu aerul si din articulatie sunt nule.

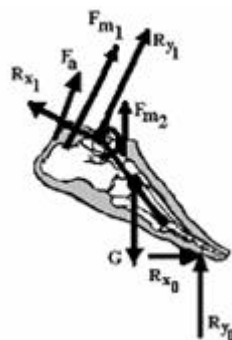


Fig. 4 Modelul biomecanic al sistemului glezna-picior.

Dupa cum s-a mai spus, asupra sistemului glezna/picior actioneaza doua tipuri de forte, unele interne (forțele de reacțiune din articulatie R_{xy1} , forța din tendonul lui Ahile F_a , forța dezvoltată de muschiul triceps al gambei F_{m1} , forța dezvoltată de muschiul tibial anterior F_{m2} , forța de greutate G), respectiv forte externe (forțele de reacțiune ale solului asupra piciorului $R_{x,y0}$) (figura 4).

Folosindu-ne de cea de-a doua lege a lui Newton, în plan vom avea trei ecuatii de miscare, dar numărul necunoscutelor este mai mare, deci nu se pot determina. Soluția acestei probleme ar fi reducerea necunoscutelor la un număr de trei (forțele de reacțiune din articulația gleznei si momentul net generat de forțele musculare). Reducerea necunoscutelor se face dupa cum urmeaza (figura 5):

- se considera F ca fiind suma tuturor forțelor musculare și a tendoanelor,
- se deplasează punctul de aplicatie al acestei forțe în articulația gleznei, iar forța F se transformă în F^* ,
- forței F^* îi corespunde o forță de echilibru care are același punct de aplicatie, are aceeași direcție dar este de sens contrar ($-F^*$),
- cuplul forțelor (F^* , $-F^*$) da naștere unui moment net ce acționează în articulația gleznei.

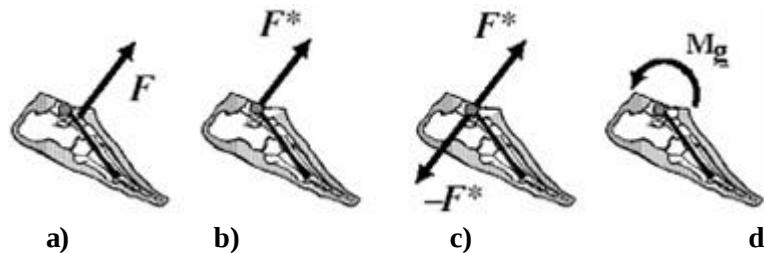


Fig. 5 Generarea momentului net muscular ce acționează în articulația gleznei.

Folosindu-ne de perioadele fazei de suport ale piciorului pe sol (figura 6) vom determina forțele de reacțiune precum și momentul net generat de forțele musculare, moment ce acționează în articulația gleznei și face ca piciorul să se rotească.

În primul caz, atunci când piciorul intră în contact cu solul (10% din faza de sprijin a piciorului pe sol), aplicând cea de-a doua lege a lui Newton, ecuațiile de echilibru ale sistemului biomecanic se pot scrie după cum urmează:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= m_p a_x \\ \sum F_y &= m_p a_y \\ \sum M &= I_p \ddot{\theta}_p\end{aligned}\quad (1)$$

unde: m_p – masa piciorului, $m_p = 0,015 \times m_t$, $m_p = 1,05$ kg,

G – forța de greutate a piciorului [N],

$R_{x,y0}$ – forțele de reacțiune ale solului asupra piciorului pe cele două direcții, x, y [N],

$R_{x,y1}$ – forțele de reacțiune din articulația gleznei pe cele două direcții, x, y [N],

F_f – forța de frecare dintre picior și sol [N],

m – coeficientul de frecare dintre cele două suprafețe,

M_t – masa totală a corpului, $M_t = 70$ kg,

M_g – momentul net muscular ce acționează în articulația gleznei [Nm],

q_p – accelerația unghiulară a piciorului în planul mișcării, $\theta_p = 1,6686 \text{ rad/s}^2$,

I_p – momentul de inerție al piciorului, $I_p = 0,0034 \text{ kgm}^2$,

a_1 – unghiul de atac al piciorului față de sol [°],

a_2 – unghiul de înclinare al tibiei față de axa verticală a corpului [°],

d_1 – distanța dintre punctul de acțiune al forțelor de reacțiune ale solului și centrul articulației gleznei [m],

d_2 – distanța dintre centrul articulației gleznei și sol [m],

d_3 – distanța dintre centrul de greutate al piciorului și centrul articulației [m],

d_4 – distanța dintre centrul articulației și punctul cel mai distant al piciorului [m],

d_5 – lungimea totală a piciorului [m],

d_6 – distanța pe axa Y dintre centrul de rotație al articulației gleznei și centrul de masă al piciorului [m],

$a_{x,y}$ – accelerația centrului de masă al piciorului; $a_x = 0,6247 \text{ m/s}^2$, $a_y = 0,1001 \text{ m/s}^2$.

Aplicând ecuațiile de echilibru pentru sistemul biomecanic descris mai sus, se vor obține următoarele:

$$\sum F_{xi} = m_p a_x \Rightarrow R_{x0} + R_{x1} - F_f = m_p a_x,$$

$$R_{x1} = F_f - R_{x0} + m_p a_x. \quad (2)$$

$$\sum F_{yi} = m_p a_y \Rightarrow R_{y0} + R_{y1} - G = m_p a_y,$$

$$R_{y1} = -R_{y0} + G + m_p a_y. \quad (3)$$

$$\sum M = I_p \ddot{\theta} \Rightarrow M_g + R_{x0} \cdot d_2 - F_f \cdot d_2 - G \cdot d_3 -$$

$$- m a_x \cdot d_6 - m a_y \cdot d_3 = I_p \ddot{\theta},$$

$$M_g = -R_{x0} \cdot d_2 + R_{y0} \mu \cdot d_2 + G \cdot d_3 + m a_y \cdot d_3 +$$

$$+ m a_x \cdot d_6 + I_p \ddot{\theta}. \quad (4)$$

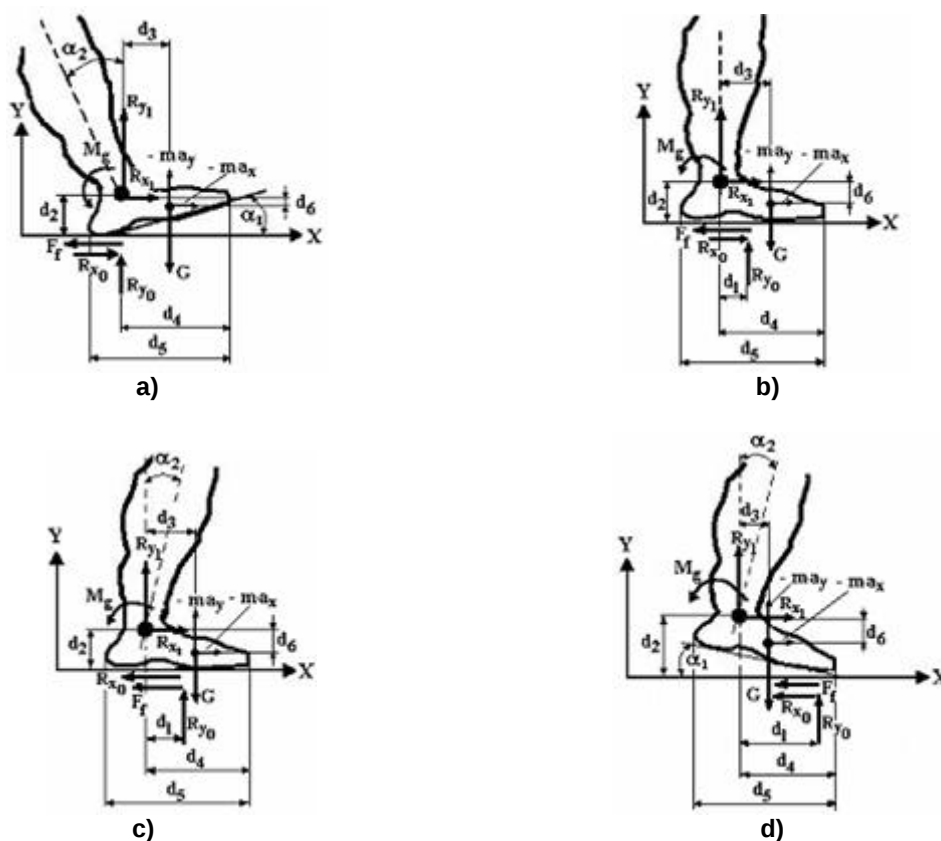


Fig. 6 Modelul biomecanic al sistemului glezna-picior în cele patru faze de sprijin ale piciorului pe sol: 10%, 25%, 45%, 70%.

Tabelul 1 Datele antropometrice si cinematice în cazul unei persoane de sex masculin, cu o masa de greutate de 70 kg.

Perioada de sprijin [%]	M_t [kg]	m_p [kg]	I_p [kgm ²]	R_{x0} [N]	R_{y0} [N]	d_1 [m]	d_2 [m]	d_3 [m]	d_4 [m]	d_5 [m]	d_6 [m]	a_1 [°]	a_2 [°]
10	70	1,05	0,034	35,6	238,2	0	0,1	0,053	0,18	0,263	0,025	30	30
25				20,9	410,4	0,075	0,084				0,039	0	0
45				28,9	539,5	0,143	0,084				0,039	0	10
70				56,1	686	0,197	0,1				0,025	30	30

În cel de-al doilea caz, atunci când piciorul se afla în contact total cu solul (25% din faza de sprijin a piciorului pe sol), ecuatiile de echilibru ale sistemului sunt date de relatiile:

$$\sum F_{xi} = m_p a_x \Rightarrow R_{x0} + R_{x1} - F_f = m_p a_x,$$

$$R_{x1} = F_f - R_{x0} + m_p a_x. \quad (5)$$

$$\sum F_{yi} = m_p a_y \Rightarrow R_{y1} + R_{y0} - G = m_p a_y,$$

$$R_{y1} = -R_{y0} + G + m_p a_y. \quad (6)$$

$$\sum M = I_p ?_p \Rightarrow M_g + R_{x0} \cdot d_2 + R_{y0} \cdot d_1 - F_f \cdot d_2 -$$

$$- G \cdot d_3 - m a_x \cdot d_6 - m a_y \cdot d_3 = I_p ?_p,$$

$$M_g = -R_{x0} \cdot d_2 + R_{y0} \mu \cdot d_2 - R_{y0} \cdot d_1 + G \cdot d_3 +$$

$$+ m a_y \cdot d_3 + m a_x \cdot d_6 + I_p ?_p. \quad (7)$$

În cel de-al treilea caz, contactul dintre picior si sol se face tot în totalitate, doar ca axa de simetrie a tibiei formeaza un unghi de 10° cu axa verticala (45% din faza de sprijin a piciorului pe sol). În acest caz ecuatiile de echilibru sunt date de ecuatiile:

$$\sum F_{xi} = m_p a_x \Rightarrow -R_{x0} + R_{x1} - F_f = m_p a_x,$$

$$R_{x1} = F_f + R_{x0} + m_p a_x. \quad (8)$$

$$\sum F_{yi} = m_p a_y \Rightarrow R_{y1} + R_{y0} - G = m_p a_y,$$

$$R_{y1} = -R_{y0} + G + m_p a_y. \quad (9)$$

$$\sum M = I_p q_p \Rightarrow M_g - R_{x0} \cdot d_2 + R_{y0} \cdot d_1 - F_f \cdot d_2 -$$

$$- G \cdot d_3 - m a_x \cdot d_6 - m a_y \cdot d_3 = I_p q_p,$$

$$M_g = R_{x0} \cdot d_2 + R_{y0} m \cdot d_2 - R_{y0} \cdot d_1 + G \cdot d_3 +$$

$$- m a_y \cdot d_3 + m a_x \cdot d_6 + I_p q_p. \quad (10)$$

În cel de-al patrulea caz si ultimul, contactul dintre picior si sol se face doar pe falange (70% din faza de sprijin a piciorului pe sol), ecuatiile de echilibru putând fi scrise dupa cum urmeaza:

$$\sum F_{xi} = m_p a_x \Rightarrow -R_{x0} + R_{x1} - F_f = m_p a_x,$$

$$R_{x1} = F_f + R_{x0} + m_p a_x. \quad (11)$$

$$\sum F_{yi} = m_p a_y \Rightarrow R_{y1} + R_{y0} - G = m_p a_y,$$

$$R_{y1} = -R_{y0} + G + m_p a_y. \quad (12)$$

$$\sum M = I_p q_p \Rightarrow M_g - R_{x0} \cdot d_2 + R_{y0} \cdot d_1 - F_f \cdot d_2 -$$

$$G \cdot d_3 - m a_x \cdot d_6 - m a_y \cdot d_3 = I_p q_p,$$

$$M_g = R_{x0} \cdot d_2 + R_{y0} \cdot d_1 - F_f \cdot d_2 + G \cdot d_3 +$$

$$m a_x \cdot d_6 + m a_y \cdot d_3 + I_p q_p. \quad (13)$$

În urma înlocuirii datelor cinematice și antropometrice în ecuațiile de echilibru, pentru toate cele patru faze, s-au obținut anumite valori numerice ale forțelor de reacțiune precum și momentele din articulația gleznei (tabelul 2). Astfel, cu ajutorul datelor cinematice obținute se poate trasa diagrama de interdependență dintre forțele de reacțiune respectiv moment și fazele de suport ale piciorului pe sol (figura 7).

Tabelul 2 Datele cinematice rezultate în urma rezolvării ecuațiilor de echilibru în cazul unei persoane de sex masculin, cu o masă de greutate de 70 kg.

Perioada de sprijin [%]	M_t [kg]	R_{x1} [N]	R_{y1} [N]	M_g [Nm]
10	70	-11,13	-227,8	-0,6
25		20,79	-400	-28,48
45		83,5	-529,1	-69,59
70		125,35	-675,6	-121,98

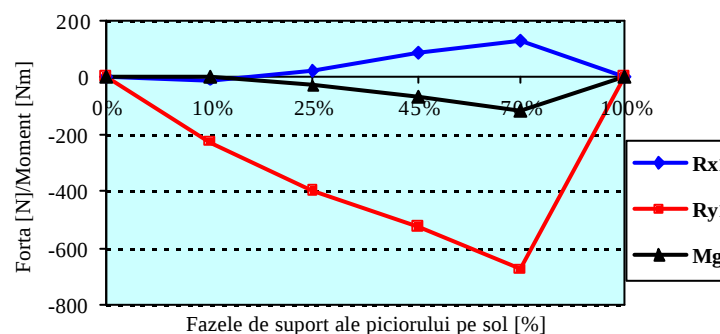


Fig. 7 Diagrama de interdependență dintre forțele de reacțiune respectiv și fazele de suport ale piciorului pe sol, în cazul unui individ cu o masă de greutate de 70 kg.

Bibliografie

- [1] C. Radu, „Contribuții la modelarea subsistemelor biomecanice în vederea protezării” - Referat II la teza de doctorat „Contribuții la dezvoltarea elementelor de protezare prin Prototipare Rapidă”, Martie 2005.
- [2] M. W. Wolfe, *Management of ankle sprains*, American family Physician, Vol. 63, Nr. 1, 2001.
- [3] V. Olariu, I. L. Rosca, *Biomecanică*, Vol I: *Bazele biomecanicii*, Editura Macarie, Târgoviste, 1998, pag 128 – 131.